物　理　解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

I

問1　下記①～④の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{キ}$ にあてはまる適切な指数（整数）を答え，⑤に答えよ。

①　可視光線の波長は $4 \times 10^{\boxed{ア}}$ m～ $7 \times 10^{\boxed{イ}}$ m である。

②　15℃における空気中の音の速さは $3.4 \times 10^{\boxed{ウ}}$ m/s である。

③　人が耳で聞くことのできる音の振動数は $2 \times 10^{\boxed{エ}}$ Hz～ $2 \times 10^{\boxed{オ}}$ Hz である。

④　日吉キャンパスにおける現在の大気圧は $1.0 \times 10^{\boxed{カ}}$ N/m^{2}であり，試験場内の空気 1.0 m^3 の質量は $1.3 \times 10^{\boxed{キ}}$ kg である。

⑤　屈折率 2.0 の物質内の光の速さを答えよ。

問2　半径 r の球体を中心で半分に切断し半球を作成した。この半球を水槽に入れたところ，平面側（切断面側）を上にして水中に沈んだ（図1）。半球面（下側の面）に作用する水圧による力の合力の向きと大きさを答えよ。ただし，下向きの重力加速度の大きさを g，水面での大気圧を P_A，水の密度を ρ，半球の平面側は水面に平行で水面から深さ h のところにある。

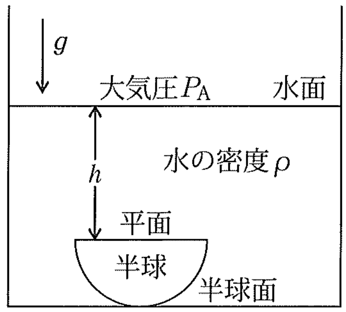


図1

問3　同じ電力の送電であれば，送電電圧を高くした方が送電に伴う電力損失が少ないことを示せ。

問4　原子の構造に関する以下の問に答えよ。

20世紀初頭，ラザフォードは，小さくて重い原子核のまわりを軽い電子が運動するという原子模型を提案した。

（1）　ラザフォードがこのような原子模型を提案した根拠となった実験について簡潔に説明せよ。

（2）　20世紀初頭に同様な原子模型を提案した日本の物理学者の姓を答えよ。

（3）　この原子模型には重大な問題点があると当時は考えられていた。この問題点について簡潔に説明せよ。

水素原子核のまわりを等速円運動する電子を例にして，この問題点を解決するために導入された量子条件と電子の軌道半径 r との関係について考えよう。プランク定数を h，$n = 1, 2, 3, \ldots$，電子の質量を m，電子および原子核の電荷の大きさを e，電子の速さを v，クーロンの法則の比例定数を k とし，原子核は静止しているとみなす。

（4） 電子が定常状態のときの量子条件は，

$$n\frac{h}{2\pi} = \boxed{あ}$$

となる。また，電子の半径方向の運動方程式（力のつり合い）は，

$$m\frac{v^2}{r} = \boxed{い}$$

となる。これらの式から v を消去すれば r が求まる。$n = 1$ のときの半径の値は，約 $5 \times 10^{\boxed{う}}$ m であり，この半径の名称は $\boxed{え}$ である。

$\boxed{あ}$ は v を含む式，$\boxed{い}$ は k を含む式で答え，$\boxed{う}$ には適切な指数（整数）を答え，$\boxed{え}$ には名称を答えよ。

Ⅱ　極板間が真空（誘電率 ε_0）で極板面積 S，極板間隔 d の平行板コンデンサーに関する以下の問に答えよ。図はSW，$\mathrm{SW_1}$ および $\mathrm{SW_2}$ を開いた状態で描いてあるが，設問に従いスイッチは開閉する。

問1　この平行板コンデンサーの電気容量を S を含む形式で答えよ。以後，この電気容量を C とする。

問2　**図1**の回路に関する以下の問に答えよ。

a）SWを閉じ充電後のコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーの大きさを C，V を用いて答えよ。

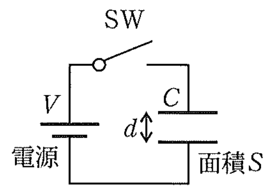


図1

b）SWを閉じコンデンサーを充電後，SWを閉じたまま極板間隔を d から $5d$ にゆっくりと広げた。このとき，極板間の引力に逆らって間隔を広げるために外から加えた力のした仕事を C，V を用いて答えよ。

c）極板間隔 d の状態でSWを閉じコンデンサーを充電後，SWを開き，極板間隔を d から $7d$ にゆっくりと広げた。極板間隔が $7d$ のとき，コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーの大きさを C，V を用いて答えよ。

問3　**図2**の回路に関する以下の問に答えよ。ただし，$V_1 > V_2$，およびコンデンサーの電気容量を C とし，コンデンサーの電圧は電源に接続した後，短時間で電源の電圧と同じになる。

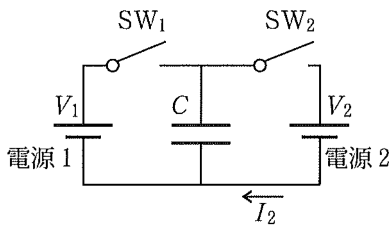
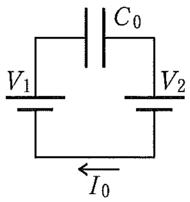


図2

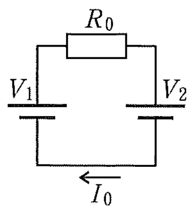
d）$\mathrm{SW_2}$ を開いた状態で $\mathrm{SW_1}$ を閉じてコンデンサーを充電した。その後，$\mathrm{SW_1}$ を開いて $\mathrm{SW_2}$ を閉じて，コンデンサーの電荷の一部を電源2へ放電した。このとき，電源2に流入した電荷量を C を含む形式で答えよ。

e）d）の操作を1秒間に f 回の速さで長時間繰り返したとき，電流 I_2 の時間平均値 $\langle I_2 \rangle$ を C，f を含む形式で答えよ。

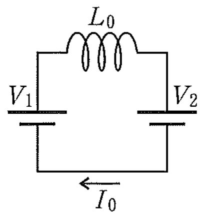
f）以下の選択肢①～⑤の中で，定常状態（回路を作成して十分な時間の経過後）において，e）で求めた $\langle I_2 \rangle$ と I_0 を等しくすることができる回路を番号で答えよ。さらに，選んだ回路において $\langle I_2 \rangle = I_0$ とするための回路素子（抵抗値 R_0，電気容量 C_0，自己インダクタンス L_0 の中で記載されているもの全て）の値を C，f を含む形式で答えよ。



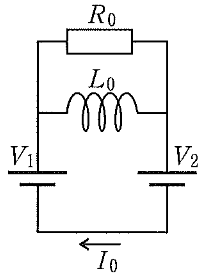
①



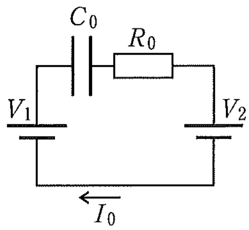
②



③



④



⑤

III

問１　小球をばね（ばね定数$k > 0$）の一方の端に取り付け，ばねの他端を固定した。ばねのつり合いの位置からの小球の変位をxとすると，ばねの弾性力は変位と逆向きであり$-kx$となる。ばねの弾性力による位置エネルギーを$x = 0$のとき０としてx，kを用いて答えよ。なお，変位と同じ向きに作用する力kxによる位置エネルギーは，ばねの弾性力による位置エネルギーと逆符号になる。

つぎに，単純化した理論モデルを用いて，**図１**に示すように球体Ｅを覆う液体層の静止液面形状について考察する。球体Ｅは地球を想定した球体で，自転せず均質で質量m，半径Rとする。

静止液面を決める法則は以下の通りである：液体は位置エネルギーの高いところから低いところに流れ，最終的な静止状態では液面上における位置エネルギーが同じ値になる。

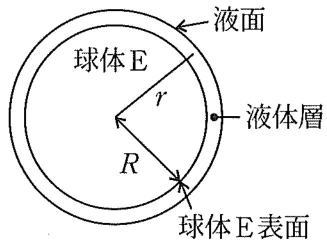


図１

ここでの位置エネルギーは，小球（質量μ）を基準点から指定した場所まで重力および慣性力が作用する条件下で動かすときに外から加えた力のした仕事に基準点における位置エネルギーの値を加えたものとして定義する。以下では，球体Ｅ単体系から始めて，**図２**に示すように，球体Ｓの重力および球体Ｓに向かって落下する球体Ｅ上の座標系における慣性力が小球に力として加わる系を考察する。小球に作用する力はそれぞれの力の合力であり，慣性力に対しても力を用いて位置エネルギーを定義することができ，小球の位置エネルギーはそれぞれの位置エネルギーの和になる。なお，軽い液体を想定して液体間および液体と小球間の万有引力は無視する。万有引力と重力はどちらもニュートンの発見した質量間に作用する力であり，万有引力定数をGとする。

問２　球体Ｅの質量により生じる球体Ｅ表面での重力加速度の大きさをm，R，Gを用いて答えよ。

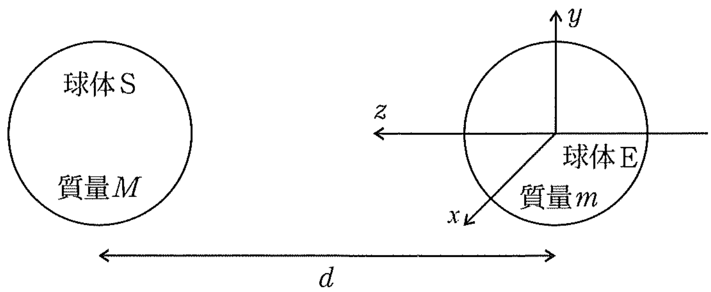


図２

問３　球体Ｅの中心から位置エネルギーを求める場所までの距離をr（ただし，$r \geqq R$）として（**図１**），球体Ｅの重力により生じる小球の位置エネルギーをr，G，μ，mを用いて答えよ。ただし，無限遠での位置エネルギーを０とする。

問４　球体Ｅを覆う液体層の静止液面は球面になることを示せ。

問５　球体Ｅから離れた場所に動かない重い球体Ｓ（太陽を想定，質量M，質点とみなす）があり，球体Ｅは球体Ｓとの間の万有引力により球体Ｓに向かって自由落下している（図２）。ある時刻において球体Ｓと球体Ｅの中心間距離がdであった。ここでは，球体Ｅを質点とみなして，このときの球体Ｅの自由落下の加速度の大きさをG，M，dを用いて答えよ。

以後は，半径Rの球体Ｅが，球体Ｓに向かって問５で求めた加速度で直線運動を行いながら落下（自由落下）する非慣性系で考える。これは，球体Ｅの中心を原点とする非慣性系であり，球体Ｓへ向かう落下方向をz軸，z軸に直交した向きにx，y軸を設定する。なお，液面は速やかに静止状態になるので，球体Ｅの自由落下加速度の時間変化は無視してよい。

問６　x軸上の点（x，0，0）にある小球に作用する球体Ｓからの重力のx成分をG，μ，M，x，dを用いて答えよ。

問７　dが$|z|$より十分に大きいとき（$d \gg |z|$），z軸上の点（0，0，z）にある小球に作用する球体Ｓからの重力と慣性力の和が$\dfrac{2G\mu M}{d^3}z$として近似できることを示せ。必要なら，$|h| \ll 1$のとき，$(1+h)^n \fallingdotseq 1+nh$を用いよ。

問８　小球には球体Ｅと球体Ｓからの重力および慣性力が作用し，小球の位置エネルギーUはそれぞれの力の位置エネルギーの和になる。$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$とおき，$R<r$，$r \ll d$のとき，

$$U \fallingdotseq -\frac{A}{r}+\frac{B}{2}(x^2+y^2)-Bz^2$$

として近似できる。A，BをG，μ，M，m，dを用いて答えよ。必要なら，以下の近似式を用いよ。

$$\frac{G\mu M}{\sqrt{x^2+y^2+(d-z)^2}} \fallingdotseq G\mu M\left(\frac{1}{d}+\frac{z}{d^2}-\frac{x^2+y^2-2z^2}{2d^3}\right)$$

球体Ｅを覆う液体層の静止液面がx軸と交差する一方の点Ｐのx座標をx_0（ただし，$x_0>0$），z軸と交差する一方の点Ｑのz座標をz_0（ただし，$z_0>0$）とする。

問９　点Ｐと点Ｑにおける小球の位置エネルギーが等しいとしてx_0とz_0の関係式をx_0，z_0，A，Bを用いて答えよ。

問10　球体Ｓの影響が球体Ｅに比較して十分に小さい（Bが十分に小さい）とき静止液面はわずかに歪んだ球面になる。このとき，液体層が薄い場合$x_0 \fallingdotseq R$，$z_0 \fallingdotseq R$となり，$z_0-x_0 \fallingdotseq \boxed{ア}R^4$と近似できる。$\boxed{ア}$を$A$，$B$を用いて答えよ。

問11　太陽と地球に関するおおよその値，$M=2.0\times10^{30}\,\mathrm{kg}$，$d=1.5\times10^{11}\,\mathrm{m}$，$R=6.0\times10^{6}\,\mathrm{m}$，$m=6.0\times10^{24}\,\mathrm{kg}$を用いて，$z_0-x_0$を有効数字２桁で答えよ。

問12　現実の自然現象とz_0-x_0との関連について考察せよ。